□20□ □□□□□□max□min□□

□□□□□

1□□2021·□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□$f(x)=(x-1)e^{x}-\frac{1}{2}x^{2}+1$□$g(x)=\sin x-ax$□□□$a\in\mathbf{R}$.

□1□□□□□$x\geq 1$□□$f(x)\geq 0$□□$x<1$□□$f(x)<0$□

□2□□$\max\{m,n\}$□□ m□n □□□□□□□$F(x)=\max\{f(x),g(x)\}$.□□□□□□ a□□□□□$x\in\mathbf{R}$□$F(x)\geq 0$□□□□.□□□□□□

a□□□□□□□□□□□□.

2□□2021·□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□$f(x)=(x-2)e^{x-1}-\frac{1}{2}x^{2}+x+\frac{1}{2}$□$g(x)=ax-\sin x-\ln(x+1)$□□□$a\in\mathbf{R}$.

□1□□□□□$x\geq 1$□□$f(x)\geq 0$□□$x<1$□□$f(x)<0$□

□2□□$\max\{m,n\}$□□ m□n □□□□□□□$F(x)=\max\{f(x),g(x)\}$.□□□□□□ a□□□□□$x\in\mathbf{R}$□$F(x)\geq 0$□□□□.□□□□□□

a□□□□□□□□□□□□.

3□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□□□□$f(x)=(x-4)e^{x-3}-\frac{1}{2}x^{2}+3x-\frac{7}{2}$□$g(x)=ae^{x}+\cos x$□□□$a\in\mathbf{R}$□

□1□□□□□$f(x)$□□□□□□□□□□□$f(x)>0$□□□□

□2□□$a=1$□□□□□$x>0$□□$g(x)>2$□

□3□□$\max\{m,n\}$□□m□n□□□□□□□□□$h(x)=\max\{f(x),g(x)\}$□□$h(x)\geq 0$□$(0,+\infty)$□□□□□□□□a□□□□□□

4□□2019·□□□□·□□□□□□□□□$f(x)=(x-a)\ln x-x+\frac{3}{2}a$.

□I□□$f(x)$□$(0,+\infty)$□□□□□□□□□□□a□□□□□□

□II□□$\frac{1}{2}\sqrt{e}\leq a\leq 2e^{2}$□□□$f(x)$□□□□□$\min\{f(x)\}$□□□□$0\leq\min\{f(x)\}\leq\frac{e\sqrt{e}}{2}$.

5□□2019·□□·□□□□□□□□e□□□□□□□□□□□□$f(x)=\frac{x^{2}}{e^{x}}$□$F(x)=f(x)-x+\frac{1}{x}$□□□□□□$(0,+\infty)$.

□1□□□□ $f(x)$ □□ $(1,\ f(1))$ □□□□□□□

□2□□□□□□ $F(x)$ □□□□□□ x_0 □□ $x_0\in(1,2)$ □

□3□ $\min\{m,n\}$ □□ m □ n □□□□□□ $x>0$ □ $g(x)=\min\{f(x),x-\dfrac{1}{x}\}$ □□□□ $h(x)=g(x)-cx^2$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□□□□□ c

□□□□□□

6□□2018·□□·□□□□□□□□□□□□□□□ $f(x)=x^2e^{x},g(x)=x\ln x$.

□1□□ $F(x)=f(x)-g(x)$ □□□□ $F(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□□□□

□2□□□□ $h(x)=\min\{f(x),g(x)\}$ □□ $\min\{a,b\}$ □□ a,b □□□□□□□□ $h(x)\le\lambda$ □□ λ □□□□□.

7□□2016·□□□□·□□□□□□□□□□ $f(x)=x\ln x,g(x)=\dfrac{x}{e^x},F(x)=f(x)-g(x)$ □

□1□□□ $F(x)$ □□□ $(1,2)$ □□□□□□□□□□

□2□□ $F(x)$ □□□ $(1,2)$ □□□□□ x_0 □□□ $m(x)=\min\{f(x),g(x)\}$ □□□□ $m(x)=n,(n\in R)$ □□□ $(1,+\infty)$ □□□□□□□

$x_1,x_2,(x_1<x_2)$ □□□□ x_1+x_2 □ $2x_0$ □□□□□□□□□□□□□

8□□2016·□□□□·□□□□□□□□□□ $f(x)=x\ln x,g(x)=\dfrac{x}{e^x}$.

□1□□ $F(x)=f(x)-g(x)$ □□□ $F(x)$ □ $(1,2)$ □□□□□□□□□□□□

□2□□ $F(x)$ □ $(1,2)$ □□□□□ x_0 □ $m(x)=\min\{f(x),g(x)\}$ □□ $m(x)=n(n\in R)$ □ $(1,+\infty)$ □□□□□□ $x_1,x_2(x_1<x_2)$ □□□

x_1+x_2 □ $2x_0$ □□□ □□□□□□□□□.

9□□2021·□□·□□□□□□□□□□□ $f(x)=\ln x$.

□1□□□□□ $g(x)=f(x)-ax(a\in R)$ □□□□□

□2□□□□ $F(x)=f(x)-\frac{1}{e^x}$ □ e □□□□□□□□□□□ $(1,2)$ □□□□□ x_0 □□ $m(x)=\min\left\{xf(x),\frac{x}{e^x}\right\}$ □□□ $\min\{a,b\}$ □□ a □ b

□□□□□□□ $m(x)=n(n\in R)$ □□□ $(1,+\infty)$ □□□□□□□□□□□ x_1 □ $x_2\ (x_1<x_2)$ □□□□ $x_1+x_2>2x_0$.

10□□2021·□□·□□□□□□□□□□□ $f(x)=x\ln x$.

□1□□□□ $g(x)=f'(x)+ax^2-(a+2)x(a>0)$ □□□□□ $g(x)$ □□□□□□

□2□□□□ $F(x)=f(x)-\frac{x}{e^x}$ □□□ $(1,2)$ □□□□□ x_0 □□ $m(x)=\min\left\{f(x),\frac{x}{e^x}\right\}$ □□ $m(x)=n(n\in R)$ □□□ $(1,+\infty)$ □□□□□□□□

$x_1,x_2\ (x_1<x_2)$ □□□□ $x_1+x_2>2x_0$.

11□□2020·□□□□□□□□□

□□□□ $f(x)$ □□□□ $[a,b]$ □□□□□□□□□

$f_1(x)=\min\{f(t)\,|\,a\le t\le x\}\ (x\in[a,b])$ □

$f_2(x)=\max\{f(t)\,|\,a\le t\le x\}\ (x\in[a,b])$ □

□□□ $\min\{f(x)\,|\,x\in D\}$ □□□□ $f(x)$ □ D □□□□□□ $\max\{f(x)\,|\,x\in D\}$ □□□□ $f(x)$ □ D □□□□□□□□□□□□□□□ k □□□

$f_2(x)-f_1(x)\le k(x-a)$ □□□□ $x\in[a,b]$ □□□□□□□ $f(x)$ □ $[a,b]$ □□“k □□□□□”□

□I□□ $f(x)=\cos x$ □ $x\in[0,\pi]$ □□□□ $f_1(x)$ □ $f_2(x)$ □□□□□

□II□□□□□ $f(x)=x^2$ □ $x\in[-1,4]$ □□□□ $f(x)$ □□□ $[-1,4]$ □□“k □□□□□”□□□□□□□□□ k □□□□□□□□□□□□□

□III□□□ $b>0$ □□□ $f(x)=-x^3+3x^2$ □ $[0,b]$ □□ 2 □□□□□□□ b □□□□□.

12□□2019·□□·□□□□□□□□□□□□□ $\max\{m,n\}$ □□ m □ n □□□□□□□ $\max\{3,\sqrt{10}\}=\sqrt{10}$.□□□□

$f(x)=\max\{x^2-1,2\ln x\}$，$g(x)=\max\left\{x+\ln x,-x^2+\left(a^2-\frac{1}{2}\right)x+2a^2+4a\right\}$.

(1) 设 $h(x)=f(x)-3\left(x-\frac{1}{2}\right)(x-1)^2$，求函数 $h(x)$ 在 $(0,1]$ 上的零点个数;

(2) 试探讨是否存在实数 $a\in(-2,+\infty)$，使得 $g(x)<\frac{3}{2}x+4a$ 对 $x\in(a+2,+\infty)$ 恒成立? 若存在，求 a 的取值范围; 若不存在，说明理由.

13. (2011·浙江宁波·一模(理))

函数 $f(x)$ 定义在区间 $[a,b]$ 上，设"$\min\{f(x)|x\in D\}$"表示函数 $f(x)$ 在集合 D 上的最小值，"$\max\{f(x)|x\in D\}$"表示函数 $f(x)$ 在集合 D 上的最大值. 现设 $f_1(x)=\min\{f(t)|a\le t\le x\}(x\in[a,b])$，

$f_2(x)=\max\{f(t)|a\le t\le x\}(x\in[a,b])$，

若存在最小正整数 k，使得 $f_2(x)-f_1(x)\le k(x-a)$ 对任意的 $x\in[a,b]$ 成立，则称函数 $f(x)$ 为区间 $[a,b]$ 上的"第 k 类压缩函数".

(I) 若函数 $f(x)=x^3-3x^2,x\in[0,3]$，求 $f(x)$ 的最大值，写出 $f_1(x),f_2(x)$ 的解析式;

(II) 若 $m>0$，函数 $f(x)=x^3-mx^2$ 是 $[0,m]$ 上的"第 3 类压缩函数"，求 m 的取值范围.